

PROBLEMY I HIPOTEZY

Problem 1. Rozstrzygnąć, czy wielomian różnowartościowy na $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ musi być różnowartościowy na $\mathbb{R}$.

Autor: Krzysztof Kamiński

Problem ten rozwiązał 21.06.2024 student III roku matematyki Jakub Złoty

Problem 2. Udowodnić, że nie istnieje taka liczba $a > 0$, że wszystkie pochodne funkcji $f(x) = x^x$ są nieujemne na $(a, +\infty)$.

Autor: nieznany

Problem 3. Rozstrzygnąć, czy czwórka $(7, 1, 7, 1)$ jest jedynym rozwiązaniem równania $2^k + 6^l + 2^m = 262^n$ w liczbach naturalnych.

Autor: Krzysztof Kamiński

Problem 4. Autobusy pewnej linii zatrzymują się na $n \geq 3$ przystankach. Na pierwszy przystanek autobus przyjeżdża pusty, na n -tym wszyscy pasażerowie muszą wysiąść. Autobusem może jechać co najwyżej N pasażerów jednocześnie. Dla danych n i N wyznaczyć (lub chociaż sensownie oszacować) maksymalną liczbę pasażerów, jaka może skorzystać z tej linii, jeśli każdy z nich będzie jechał inny odcinek trasy.

Autor: nieznany

Problem 5. Rozstrzygnąć, czy z trójki liczb $(1, 21, 42)$ można otrzymać trójkę $(5, 13, 42)$ wykonując skończoną liczbę operacji $(a, b, c) \rightarrow (a, b, 2a + 2b - c)$ lub operacji zamiany dwóch elementów miejscami.

Autor: nieznany

Hipoteza 1. Jeśli $m, n > 1$ są liczbami naturalnymi względnie pierwszymi, to dla każdego $x \in (0, 1)$ co najmniej jedna z liczb $m^{\frac{x}{n}}, n^{\frac{x}{m}}$ jest niewymierna.

Autor: Krzysztof Kamiński

Hipoteza 2. Niech C_n będzie zbiorem n -cyfrowych liczb Fibonacciego. Jeśli C_n ma dokładnie 4 elementy, to pierwszymi cyframi liczb z C_n nie mogą być 1, 2, 4, 7.

Autor: Stanisław Dziadow, student II roku matematyki (w chwili sformułowania)

Hipoteza 3. Niech C_n będzie zbiorem n -cyfrowych liczb Fibonacciego. Niech D_n będzie n -tym z kolei zbiorem C_n mającym dokładnie 5 elementów. Dla każdego $N \geq 4$ wśród zbiorów $D_1, \dots, D_N$ najwięcej jest takich, że pierwszymi cyframi liczb z tych zbiorów są 1, 1, 2, 4, 7.

Autor: Stanisław Dziadow, student II roku matematyki (w chwili sformułowania)

Hipoteza 4. Jeśli $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ są niestałymi ciągłymi funkcjami okresowymi i $n \in \mathbb{N}$, to funkcja $h(x) := f(x^n \cdot g(x))$ nie jest okresowa.

Autor: Krzysztof Kamiński